





















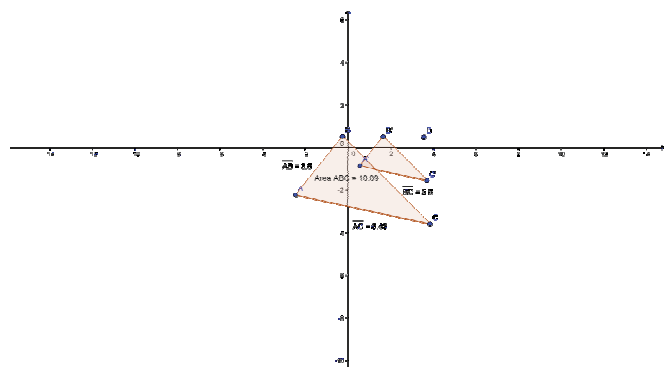
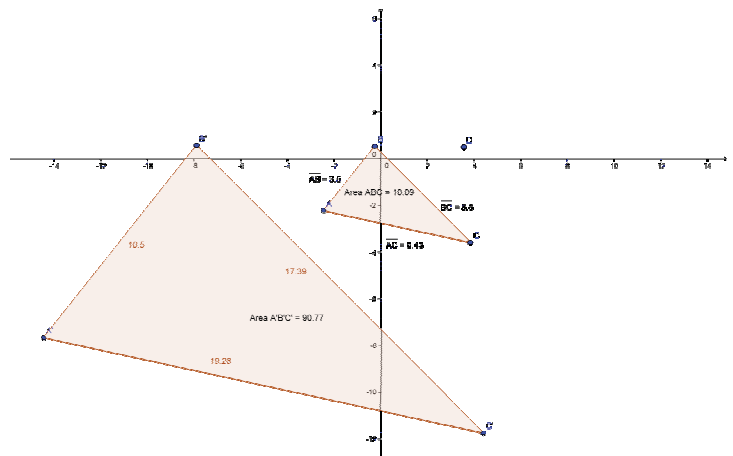
LA SIMILITUDINE






Preparazione

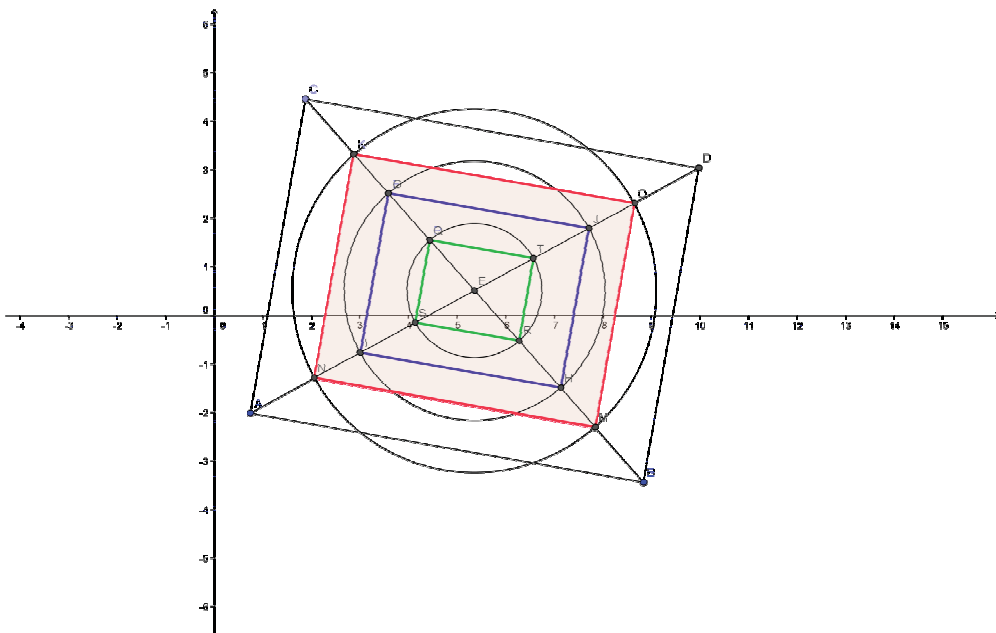
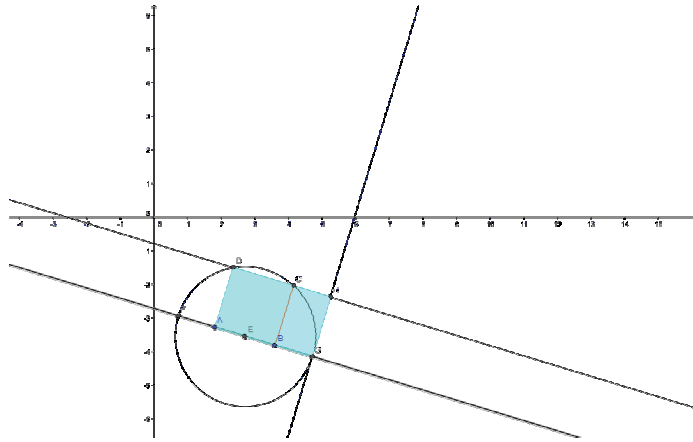
Per questi esercizi con *GeoGebra* dovrai utilizzare i seguenti pulsanti. Leggi sempre le procedure di esecuzione nella zona in alto a destra, accanto alla barra degli strumenti.


- | | |
|--|---|
|  poligono |  circonferenza - dati il centro e un punto |
|  nuovo punto |  retta - per due punti |
|  distanza o lunghezza |  intersezione di due oggetti |
|  angolo |  segmento tra due punti |
|  omotetia |  muovi |
|  area |  segmento - dati un punto e la lunghezza |
|  poligono regolare |  circonferenza - dati centro e raggio |
|  punto medio o centro | |

- Disegna con  un triangolo ABC e con  e  misura i suoi lati e i suoi angoli. Traccia con  un punto D esterno ad esso
- Scegli , clicca sul triangolo e sul punto, nella finestra che si apre digita l'ingrandimento che vuoi ottenere, ad esempio 3. Sarà tracciato un triangolo simile e triplo di quello che hai disegnato. Puoi controllare misurandone i lati e gli angoli
- Se inserisci un numero minore di 1, ad esempio 0,5 (ricordati, però di scrivere il punto al posto della virgola), invece di un ingrandimento otterrai una riduzione:
È ancora un triangolo simile al primo?





4. Costruiamo con *GeoGebra* il RETTANGOLO AUREO. Con  disegna un quadrato $ABCD$. Traccia con  il punto medio del lato AB (E). Traccia con  la circonferenza di centro E e passante per C . Con  disegna la retta AB ; con  trova i punti di intersezione tra la circonferenza e la retta (F e G). Da G traccia la perpendicolare ad AB , traccia la retta DC . L'intersezione tra DC e la perpendicolare (H) è il quarto vertice del rettangolo aureo con D , A e G .




5. Per disegnare rettangoli simili a un rettangolo dato, si può fare una costruzione a partire dalle sue diagonali: disegna un rettangolo e traccia le diagonali. Trova il punto di intersezione delle diagonali (E). Con  traccia delle circonferenze di centro E e raggio qualsiasi purché minore della metà delle diagonali del rettangolo. Le intersezioni tra circonferenze e diagonali sono i vertici di rettangoli simili al primo.

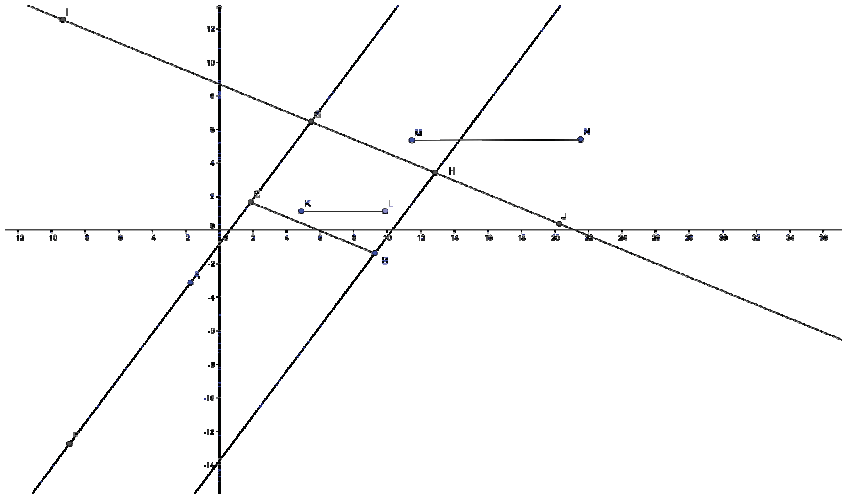
Esercizi

1. Se triplico i lati di un triangolo, in che rapporto sarà il suo perimetro rispetto al perimetro del primo triangolo? L'area è il triplo della prima? Controlla con .
2. Disegna un poligono qualsiasi, prendi un punto che non gli appartiene e scegli ; nella finestra inserisci un numero negativo. Cosa succede? Ottieni ancora poligoni simili?


Esplorazioni

1. Il pantografo è una semplice macchina matematica costruita con barrette forate e incernierate e permette di ingrandire o rimpicciolire una figura seguendone i contorni. Lo costruiamo con *GeoGebra*.

- Traccia con  una circonferenza di centro un punto qualsiasi (A) e raggio 6
- Da un punto esterno (B) traccia una circonferenza di raggio 8 e trova le intersezioni con la prima (C e D)
- Traccia la retta AC e il segmento BC
- Manda da B la parallela ad AC



- Traccia la circonferenza di centro A e raggio 12 e trova le sue intersezioni con AC (F e G)
- Con il tasto destro del mouse clicca sulle circonferenze e su D ed F e spunta “Mostra oggetto” per nascondarli
- Manda da G la parallela a BC che intersecherà la retta costruita prima nel punto H
- Con centro in G e raggio 16 traccia la circonferenza che intersecherà la retta BH in J poi nascondila

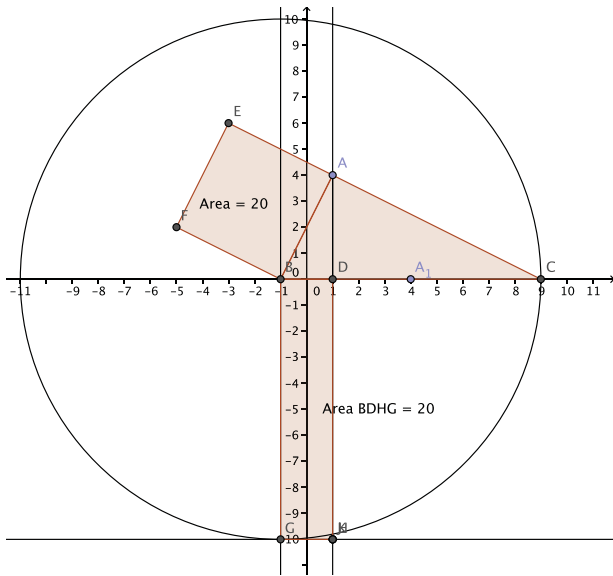
Al muoversi nel piano con  del punto B , si muoverà il punto J . Disegna un segmento lungo 5 all'interno del parallelogramma che costituisce il pantografo; posizionati con B sul primo vertice e segna la posizione del punto J cliccando su di esso con il tasto destro del mouse, scegliendo “Copia nella barra di inserimento” e dando il comando di invio: in questo modo la posizione di J è memorizzata nel punto M . Ripeti con l'altro vertice e memorizza la posizione di J nel punto N . Congiungi M con N e misura il segmento. È lungo 10.

Infatti il pantografo che abbiamo costruito ingrandisce del doppio le figure, perché il rapporto di similitudine è dato da $\frac{CB}{GJ}$.

2. I TEOREMI DI EUCLIDE. I due teoremi di Euclide valgono per i triangoli rettangoli e sfruttano la similitudine. Affermano:

Primo teorema. *In un triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni l'ipotenusa e la proiezione del cateto sull'ipotenusa.*

Disegna un triangolo rettangolo ABC e traccia l'altezza relativa all'ipotenusa AD . Disegna il quadrato di lato BA . Con centro in B disegna la circonferenza passante per C che intersecherà la perpendicolare in B a BC nel punto G . Da G manda la parallela a BC e da D la parallela a BG . Le due rette si intersecheranno nel punto H . Segna come poligono il rettangolo $BDHG$. Verifica che le aree del quadrato e del rettangolo sono uguali.



Secondo teorema. *In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.*

Fai una costruzione analoga per verificare il secondo teorema. Disegna un triangolo rettangolo ABC ; traccia l'altezza relativa all'ipotenusa AD . Disegna il quadrato di lato AD . Con centro in D traccia la circonferenza passante per C che intersecherà il prolungamento di AD nel punto H . Da B manda la parallela a DH e da H la parallela a BD . Le due rette si intersecheranno nel punto I . Segna come poligono il rettangolo $BDHI$. Verifica che le aree del quadrato e del rettangolo sono uguali.

Costruisci la verifica del teorema anche per il secondo cateto.

